

# Sissejuhatus mehhatroonikasse

## MHK0120

2. nädala loeng

Raavo Josepson  
raavo.josepson@ttu.ee

# Materjalid

- Loenguslaidid
- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. Füüsika põhikursus : õpik kõrgkoolile I köide. Eesti Füüsika Selts 2011 (Tallinn: Printon)

## Lisaks

- Saveljev. Füüsika üldkursus I osa, Tallinn “Valgus”
- <https://opik.fyysika.ee> (põhikooli ja keskkooli õpikud)

## Veebisimulatsioonid

- <http://www.fyysika.ee/opik/>
- <http://www.walter-fendt.de/ph14ee/>
- <http://surendranath.tripod.com/Applets.html>

# Valemid

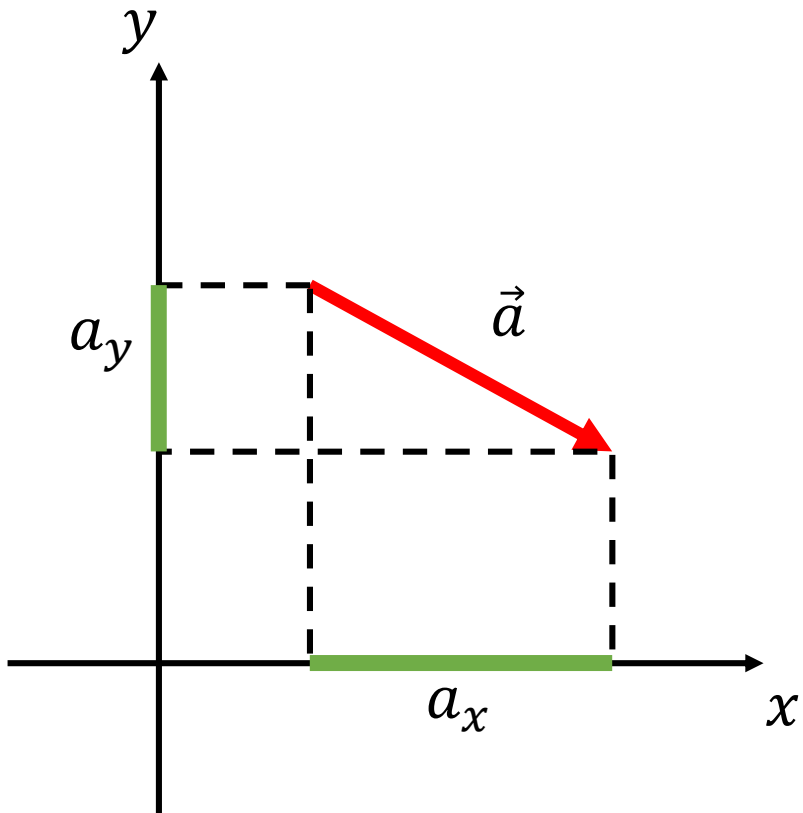
- Valem ise
- Tähtede tähendused
- Valemi rakendatavuse piirid

# Vektorid

Vektoril on kaks olulist omadust:

- pikkus ehk moodul  $|\vec{a}| = a$  (see on alati positiivne),
- suund.

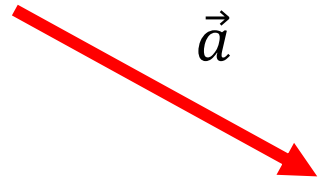
Suuruseid  $a_x, a_y, a_z$  nimetatakse vektori projektsioonideks telgedel (võivad olla nii positiivsed kui ka negatiivsed).



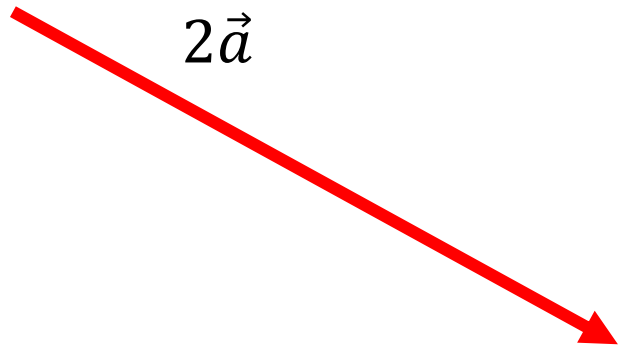
$$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

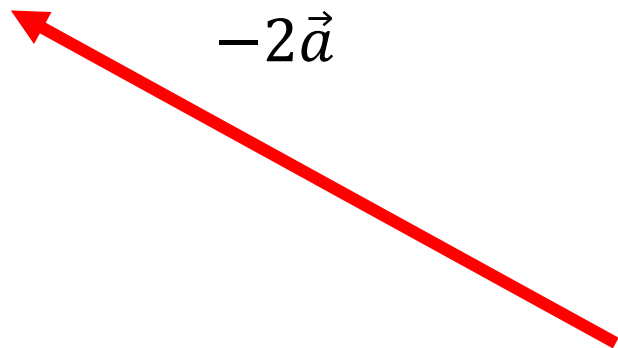
# Vektori korrutamise skalaariga (arvuga)



$$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$$



$$2\vec{a} = (2 \cdot a_x; 2 \cdot a_y; 2 \cdot a_z)$$

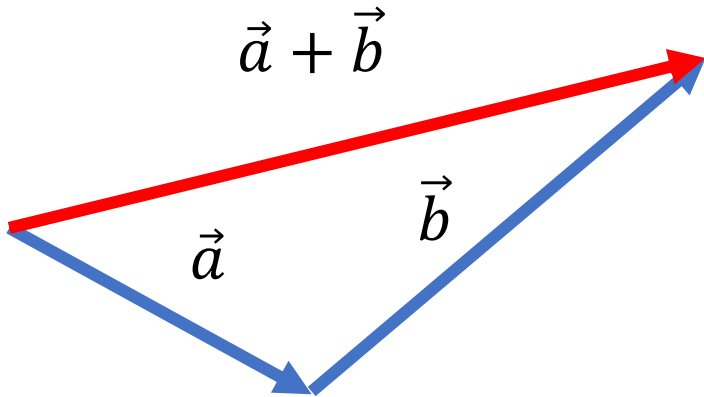


$$-2\vec{a} = (-2 \cdot a_x; -2 \cdot a_y; -2 \cdot a_z)$$

# Vektorite graafiline liitmine ( $\vec{a} + \vec{b}$ )

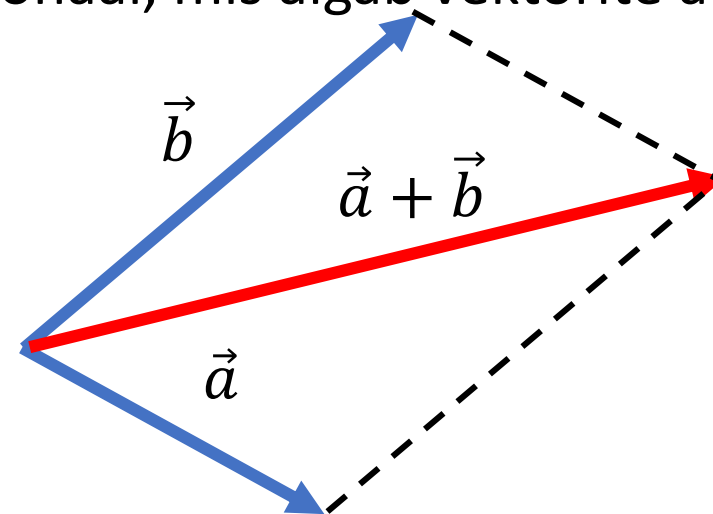
## Kolmnurgareegel

Vektoreid nihutatakse nii, et iga järgmise liidetava vektori alguspunkt ühtiks eelmise liidetava vektori lõpp-punktiga. Summa on vektor, mis on tõmmatud esimese vektori alguspunktist viimase vektori lõpp-punkti.



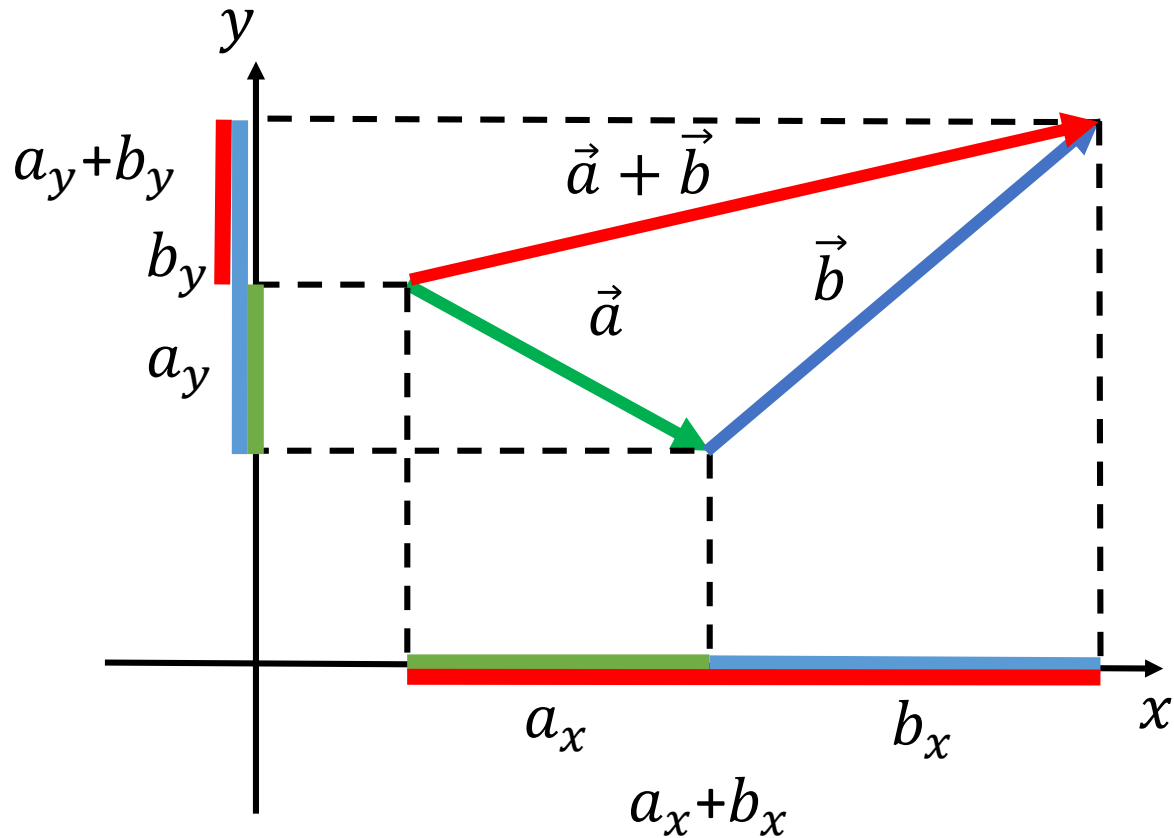
## Rööpkülikureegel

Vektoreid nihutatakse nii, mõlema liidetava vektori alguspunktid ühtivad. Nende peale joonistatakse rööpkülik ja summa on diagonaal, mis algab vektorite alguspunktist



**Summa vektori suund ja pikkus tuleb leida eraldi trigonomeetriliste meetoditega.  $|\vec{a} + \vec{b}| \neq |\vec{a}| + |\vec{b}|$**

# Vektorite liitmine projektsioonidega ( $\vec{a} + \vec{b}$ )



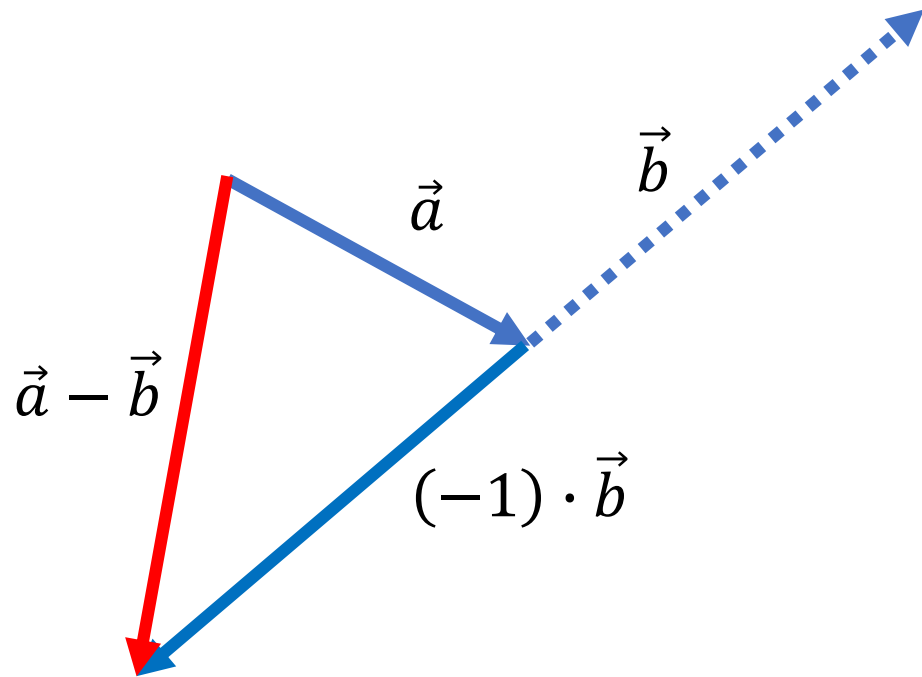
$$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$$

$$\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z)$$

# Vektorite lahutamine ( $\vec{a} - \vec{b}$ )

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-1) \cdot \vec{b}$$



$$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$$

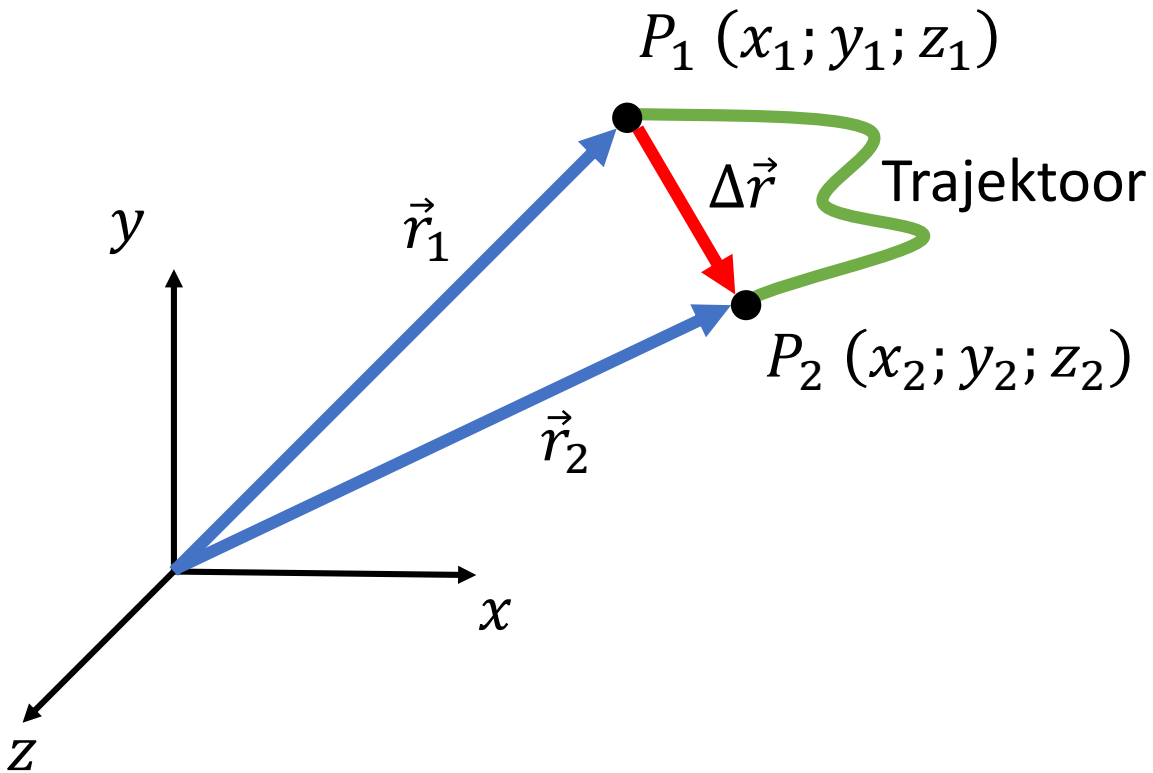
$$\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$$

$$(-1) \cdot \vec{b} = (-b_x; -b_y; -b_z)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x; a_y - b_y; a_z - b_z)$$



# Kohavektor, nihkevektor, trajektoor



Kohavektor on vektor, mis on tõmmatud koordinaatide alguspunktist antud punkti.

Vektorid  $\vec{r}_1 = (x_1; y_1; z_1)$  ja  $\vec{r}_2 = (x_2; y_2; z_2)$  on punktide  $P_1$  ja  $P_2$  kohavektorid.

Nihkevektor on vektor, mis on tõmmatud liikumise alguspunktist liikumise lõpppunkti.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Trajektoor on tee, mille keha läbib liikudes ühest punktist teise.

# Ülesanne

Robot liikus 5,0 m sirgjoonelisel ja keeras seejärel 90 paremale ja liikus veel 2,0 m.  
Kui kaugel on robot algpunktist?

# Kiirus ja kiirendus

Liikumiseks  $\Delta\vec{r}$  võrra kulub aeg  $\Delta t$  ja selle aja jooksul muutub kiirus  $\Delta\vec{v}$  võrra.

## Keskmine kiirus

$$\vec{v}_{kesk} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Kogu nihe jagatud nihkeks kulunud ajaga.

## Hetk kiirus

$$\vec{v}_{hetk} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

See on ka kiiruse definitsiooni valem.

## Keskmine kiirendus

$$\vec{a}_{kesk} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Kogu kiiruse muutus jagatud selleks kulunud ajaga.

## Hetk kiirendus

$$\vec{a}_{hetk} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

See on ka kiirenduse definitsiooni valem.

# Ülesanne

Keha liikumisvõrrandid on  $x=1,0t^3$  ja  $y=2,0t$  (SI ühikud). Leida keha kiirus ja kiirendus ajahetkel  $t=0,80$  s.

# Konstantse kiirendusega liikumine

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \int \vec{a} \cdot dt = \vec{a} \cdot t + \vec{c}_1$$

$\vec{c}_1 = \vec{v}$ , kui  $t = 0$ . Seega  $\vec{c}_1$  on algkiirus ehk kiirus ajahetkel 0 ja tähistame selle  $\vec{v}_0$ .

$$\vec{v} = \vec{a} \cdot t + \vec{v}_0$$

$$\begin{aligned} \vec{r} = \frac{d\vec{a}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{r} &= \int (\vec{a} \cdot t + \vec{v}_0) \cdot dt = \\ &= \frac{\vec{a} \cdot t^2}{2} + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{c}_2 \end{aligned}$$

$\vec{c}_2 = \vec{r}$ , kui  $t = 0$ . Seega  $\vec{c}_2$  on algkoordinaat ehk keha asukoht ajahetkel 0 ja tähistame selle  $\vec{r}_0$ .

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a} \cdot t^2}{2}$$

# Iseseisev töö

Iseseisvalt uuesti läbi vaadata loengus käsitletud teemad ja õpikust juurde õppida:

- ühikvektorid,
- liikumise graafiline analüüs,
- visatud keha liikumine ja selle analüüs.

Seejärel ära lahendada iseseisvaks lahendamiseks jäätud ülesanded.

Õpik:

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. Füüsika põhikursus : õpik kõrgkoolile I köide. Eesti Füüsika Selts 2011 (Tallinn: Printon)

§ 2.1-2.10, 3.1-3.7, 4.1-4.6

# Iseseisev ülesanne 1

Matkaja liikus 500 m põhja suunas, siis 300 m kagu suunas ja seejärel veel 300 m lääne suunas. Leidke matkaja nihkevektori pikkus ja selle suund.

Vastus: 301 m,  $17,0^\circ$  põhja suunast lääne poole.

# Iseseisev ülesanne 2

Auto läbis 10 s jooksul 30 m, kusjuures ta kiirus kasvas viiekordseks. Määrata Auto kiirendus eeldusel, et see on konstantne.

Vastus:  $0,40 \text{ m/s}^2$ .



# Iseseisev ülesanne 3

Keha langes 1960 m kõrguselt. Leida teepikkus, mille keha läbis viimase sekundi jooksul.

Vihje: Kõigepealt tuleb leida kogu langemise aeg ja selle abiga, kus oli keha viimase sekundi alguses.

Vastus: 191,2 m.

# Iseseisev ülesanne 4

Näidata, et konstantse kiirenduse puhul kehtib järgmine seos:

$$s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \cdot a},$$

kus  $s$  on läbitud teepikkus,  $v_0$  ja  $v_1$  on alg- ja lõppkiiruste moodulid ning  $a$  on kiirendus. Selleks tuleb kasutada kahte järgmist valemit:

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t},$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2},$$

kus esimesest valemist tuleks avaldada liikumiseks kulunud aeg  $t$  ja asendada see teisse valemisse.